

Résumé de Mathématiques

Les formules essentielles en français, avec l'explication en arabe

ملخص مادة الرياضيات - شعبة علوم الإعلامية

1 Suites réelles

المتتاليات العددية

- **Arithmétique** (raison r) : $u_n = u_0 + n \cdot r$
- **Géométrique** (raison q) : $u_n = u_0 \cdot q^n$ et somme = $u_0 \cdot (1 - q^{n+1}) / (1 - q)$
- Si $|q| < 1$, alors q^n tend vers 0. Une suite croissante et majorée converge.
- Pour démontrer une propriété pour tout n : **raisonnement par récurrence** (initialisation, hérédité, conclusion).

ARABE

المتتالية الحسابية نضيف فيها نفس العدد في كل مرة (الأساس)، والمتتالية الهندسية نضرب فيها في نفس العدد في كل مرة. المتتالية المتزايدة والمحدودة من الأعلى تكون متقاربة. ولإثبات خاصية صحيحة مهما كان العدد نستعمل الاستدلال بالتراجع.

2 Limites et continuité

النهايات والاستمرارية

- **Formes indéterminées** : $\infty - \infty$, $0 \times \infty$, ∞/∞ , $0/0$. On simplifie ou on factorise avant de conclure.
- **Théorème des gendarmes** : si $g \leq f \leq h$ et g, h ont la même limite L , alors f tend vers L .
- f est continue en a si la limite de $f(x)$ quand x tend vers a est égale à $f(a)$.
- **Théorème des valeurs intermédiaires** : f continue sur $[a, b]$ et k entre $f(a)$ et $f(b)$: $f(x) = k$ a au moins une solution. Si f est strictement monotone, la solution est **unique**.

ARABE

عندما نجد صيغة غير معينة لا يمكن الحساب مباشرة، لذلك نبسط العبارة أو نخرج العامل المشترك. مبرهنة القيم الوسطية تضمن وجود حل للمعادلة عندما تكون الدالة مستمرة، وإذا كانت الدالة رتيبة تماما فإن الحل وحيد.

3 Dérivabilité

الاشتقاقية

- $(u + v)' = u' + v'$; $(u \cdot v)' = u'v + uv'$; $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$
- $(u^n)' = n \cdot u' \cdot u^{n-1}$; $(\sqrt{u})' = u'/(2\sqrt{u})$
- **Tangente** en a : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$
- $f' > 0$: f croissante ; $f' < 0$: f décroissante. Dérivée d'une réciproque : $(f^{-1})' = 1/(f' \circ f^{-1})$

ARABE

المشتق عند نقطة هو ميل المماس. إشارة المشتق تحدد اتجاه تغير الدالة: إذا كان موجبا فالدالة متزايدة، وإذا كان سالبا فهي متناقصة. احفظ جيدا قواعد اشتقاق الجداء والخراج والتركيب.

4 Fonction logarithme népérien

دالة اللوغاريتم النيبيري

- $\ln$ est définie sur $]0, +\infty[$; $\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$; $(\ln u)' = u'/u$
- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$; $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$; $\ln(a^n) = n \cdot \ln a$
- **Limites** : $\ln x \rightarrow +\infty$ en $+\infty$; $\ln x / x \rightarrow 0$ en $+\infty$; $x \cdot \ln x \rightarrow 0$ en 0^+

ARABE

اللوغاريتم النيبيري يحول الجداء إلى مجموع والخارج إلى فرق والقوة إلى جداء. هو معرف فقط على الأعداد الموجبة تماما، ولذلك تتحقق دائما من مجال التعريف قبل أي حساب.

5 Fonction exponentielle

الدالة الأسية

- $\exp$ est la **réciroque** de $\ln$; $e^x > 0$ pour tout x ; $(e^u)' = u' \cdot e^u$
- $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$; $e^{a-b} = e^a / e^b$; $(e^a)^n = e^{na}$
- **Limites** : $e^x / x \rightarrow +\infty$ en $+\infty$; $x \cdot e^x \rightarrow 0$ en $-\infty$

ARABE

الدالة الأسية هي الدالة العكسية لللوغاريتم النيبيري وقيمها دائما موجبة تماما. هي تحول المجموع إلى جداء، وعند المقارنة تغلب الدالة الأسية على كل قوى المتغير.

6 Primitives et calcul intégral

الدوال الأصلية والتكامل

- Si F est une primitive de f : $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
- Linéarité, relation de Chasles, positivité : si $f \geq 0$ sur $[a, b]$, alors l'intégrale est ≥ 0 .
- **Aire** sous la courbe ($f \geq 0$, unité d'aire) : $\int_a^b f(x) dx$. Valeur moyenne : $(1/(b-a)) \cdot \int_a^b f(x) dx$
- **Intégration par parties** : $\int u \cdot v' = [u \cdot v] - \int u' \cdot v$

ARABE

التكامل يحسب المساحة المحصورة تحت المنحنى. نبحث عن دالة أصلية ثم نطرح قيمتها عند الحد الأدنى من قيمتها عند الحد الأعلى. وعندما نجد جداء دالتين نستعمل التكامل بالتجزئة.

7 Nombres complexes

الأعداد العقدية

- **Forme algébrique** : $z = a + ib$; conjugué : $a - ib$; $z \times$ conjugué = $a^2 + b^2$
- **Module** : $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. **Argument** θ : angle avec l'axe des réels.
- **Forme trigonométrique** : $z = r(\cos \theta + i \sin \theta) = r \cdot e^{i\theta}$; Moivre : $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$
- Équation $az^2 + bz + c = 0$ avec $\Delta = b^2 - 4ac$. Si $\Delta < 0$: $z = (-b \pm i\sqrt{-\Delta})/(2a)$

ARABE

للعدد العقدي جزء حقيقي وجزء تخيلي. الطويلة هي بعد العدد عن مبدأ المعلم والعمدة هي الزاوية التي يصنعها مع محور الأعداد الحقيقية. الشكل المثلثي والشكل الأسّي يسهلان حساب الجداءات والقوى.

8 Géométrie dans l'espace

الهندسة في الفضاء

- **Produit scalaire** : $u \cdot v = xx' + yy' + zz'$; $u \perp v$ si et seulement si $u \cdot v = 0$; norme $\|u\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- **Produit vectoriel** $u \wedge v = (yz' - zy', zx' - xz', xy' - yx')$, orthogonal à u et à v .
- Aire du triangle $ABC = \frac{1}{2} \|AB \wedge AC\|$
- **Plan** : $ax + by + cz + d = 0$, de vecteur normal (a, b, c) .

ARABE

الجداء السلمي يساوي صفرا إذا كان المتجهان متعامدين. الجداء المتجهي يعطي متجها عموديا على المتجهين معا، وطويلته تعطي مساحة متوازي الأضلاع. المتجه الناظمي للمستوي نقرأه مباشرة من معاملات معادلته.

9 Dénombrement et probabilités

التحليل التوافيقي والاحتمالات

- **Équiprobabilité** : $P(A) = \text{nombre de cas favorables} / \text{nombre de cas possibles}$
- $A_n^p = n! / (n-p)!$ (l'ordre compte) ; $C_n^p = n! / (p!(n-p)!)$ (l'ordre ne compte pas)
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$; indépendants : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- **Loi binomiale** : $P(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$; $E(X) = np$; $V(X) = np(1-p)$

ARABE

عندما تكون الحظوظ متساوية فإن الاحتمال هو عدد الحالات المناسبة على عدد الحالات الممكنة. نستعمل الترتيب عندما يهم الترتيب والتوافيقات عندما لا يهم. القانون ذو الحدين يستعمل عند تكرار نفس التجربة عدة مرات بشكل مستقل.

نصيحة: احفظ الصيغ ثم طبقها على تمارين متنوعة، وفي الامتحان اكتب كل خطوة من الحل بوضوح.

CONSEIL

Ce résumé reprend les grands chapitres de mathématiques. Compare-le avec le programme officiel et le cours de ton professeur : certains détails peuvent varier selon l'année.